WIDERSTANDSMESSUNGEN MIT KONSTANTEN UND WECHSELSTRÖMEN IN UND AUSSER DEM MAGNETFELD AN WISMUT- UND ANTIMONDRAHTEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

EINER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT (II. SEKTION)

DER

KÖNIGLICHEN LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT
ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

VORGELEGT

AM 13. JULI 1903

VON

ERNST SCHNORR VON CAROLSFELD.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH.
1904.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Nach Lenard[1]), welcher zuerst an Wismut in Drahtform (wie auch bei Antimon und Tellur) für einen oszillierenden Strom im allgemeinen einen anderen Widerstand beobachtete wie für konstanten, sowohl in als außer dem Magnetfelde, gingen eine größere Anzahl Autoren an die Wiederholung und Weiterführung seiner Versuche. Ziemlich allgemein, wenn auch nicht immer in übereinstimmender Weise, wurde eine Abhängigkeit des Wechselstromwiderstandes von der Periodenzahl des benutzten Wechselstromes, unter Anwendung verschiedener Methoden, festgestellt.

Sadowsky[2]) erkannte als Ursache der erwähnten Widerstandsdifferenz gegen die Messung mit konstantem Strom eine im Wismut durch den hindurchgesandten Wechselstrom hervorgerufene elektromotorische Kraft von gleicher Periode. Er ordnete in der Wheatstoneschen Brücke ein Galvanometer an, dessen Zweig durch einen rotierenden Kontakt in gleicher Periode mit dem von einer kleinen Wechselstrommaschine gelieferten Strom in beliebig gewählter Phase geschlossen und unterbrochen werden konnte. Er fand so durch Messung an einzelnen Phasen eine sinusartige Kurve für den Verlauf der Widerstandsänderung. Er konstatierte ferner, daß der Wechselstromwiderstand im unmagnetischen Felde mit zunehmender Periodenzahl (zwischen 90 und 2088 pro Sekunde) kleiner wurde. Wie schon Lenard, beobachtete er, daß das Wismut im Magnetfelde infolge einer Art Selbstinduktion keine wirkliche Nulleinstellung, sondern nur ein Minimum des Tones für das Hörtelephon zuläßt.

1) P. Lenard, Wied. Ann. **39.** p. 619. 1890.
2) A. Sadowsky, Phil. Mag. (5) **39.** p. 377. 1895.

Ähnliche Methoden wandte Griffith[1]) an, ohne zu sicheren Resultaten zu gelangen. Daneben versuchte er unter Anwendung des Hörtelephones und variabler Induktionszweige nach Maxwell den Brückenstrom zum Verschwinden zu bringen, indes nur mit dem Erfolge, das Tonminimum etwas deutlicher zu erhalten. Einen Einfluß der Periodenzahl (zwischen 60 und 500 pro Sek.) auf den Widerstand im unmagnetischen Felde vermochte Griffith nicht zu konstatieren.

Fernerhin untersuchten Wachsmuth und Bamberger[2]) den Widerstand des Wismuts mit konstanten und oszillierenden Strömen, für letztere als Indikator das Hörtelephon in der Brücke. Sie fanden im Gegensatz zu Sadowsky außerhalb des Magnetfeldes eine Zunahme des Wechselstromwiderstandes mit wachsender Periodenzahl (von 0—110 pro Sek.); im Magnetfelde fanden sie keine Abhängigkeit von derselben.

Angesichts der so abweichenden Resultate der einzelnen Arbeiten ging Simpson[3]) an die Untersuchung des Einflusses der Periodenzahl auf den Widerstand des Wismuts in dem konstant gehaltenen Magnetfelde von 17000 C.G.S. Diese Arbeit Simpsons darf insofern ein erhöhtes Interesse beanspruchen, als sie zuerst einen Einblick in das Wesen der Selbstinduktionserscheinung beim Wismut im transversalen Magnetfelde gewährt. Simpson fand, ähnlich wie früher Sadowsky, mittels der Methode des periodisch geschlossenen und unterbrochenen Galvanometerzweiges bei einer Wismutspirale für die in derselben hervorgerufene elektromotorische Kraft eine Kurve von gleicher Wellenform wie die des erregenden Wechselstromes, von 20 Perioden pro Sek., welche aber um 120° hinter demselben zurückblieb. Wie sich zeigte, hängt dieser Winkel von der Frequenz des Wechselstromes ab. Man hat es also in dem betrachteten Falle mit einer elektromotorischen Kraft zu tun, welche in eine Komponente 90° hinter dem Strom von der Natur der Selbstinduktion und eine solche 180° hinter dem Strom zerlegt werden kann, welche den Wider-

1) A. Griffith, Phil. Mag. (5) **39.** p. 229. 1895.

2) R. Wachsmuth u. K. Bamberger, Phys. Zeitschr. **1.** p. 127. 1899, sowie K. Bamberger, Inaug.-Diss. Rostock 1901, worin im wesentlichen das Gleiche enthalten ist.

3) G. C. Simpson, Phil. Mag. (6) **2.** p. 300. 1901.

stand größer erscheinen läßt. Aus seinen Beobachtungen leitet Simpson Formeln ab für die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft und ihres Phasenwinkels von der Frequenz.

In einer zweiten Arbeit[1]) gelangt er zu folgenden Resultaten: die elektromotorische Kraft im Wismut ist eine lineare Funktion der Feldstärke; sie wächst mit der Frequenz und ändert sich mit der Temperatur (untersucht im Bereich -180^0 bis $+100^0$ C.): der Effekt hat ein Maximum bei -70^0 und nimmt nach beiden Richtungen hin schnell ab. Der Phasenwinkel ist allein eine Funktion der Wechselzahl, also unabhängig von Magnetfeld und Temperatur. Im Magnetfelde von 4500 C.G.S. wird der Effekt Null für die angewandten Periodenzahlen 30, 20 und 13,3 pro Sek. Simpson verzichtet darauf, den Effekt in Magnetfeldern unter 4500 C.G.S. zu bestimmen, da sichere Messungen wegen der Kleinheit desselben nicht zu machen waren. Er stellt nur fest, daß der Effekt gerade noch wahrnehmbar ist.

Mit Simpsons Resultaten qualitativ durchaus im Einklang steht eine Arbeit von Wolff[2]), welcher schon vorher, ohne jedoch aus seinen Messungen weitere Schlüsse über die Natur der elektromotorischen Kraft im Wismut zu ziehen, auf anderem Wege vorgegangen war. Wolff wandte eine Wheatstoneanordnung mit variablen Induktionszweigen an, zur Messung mit gleichgerichtetem Strom ein Galvanometer, für Wechselströme erstmalig das optische Telephon nach M. Wien in der Brücke. Seine Untersuchungen ergeben folgendes:

Ein Wismutdraht als Teil einer Wheatstoneanordnung läßt beim Durchsenden eines Wechselstromes im allgemeinen nur unter gleichzeitiger Einschaltung einer kompensierenden Selbstinduktion eine Nulleinstellung für den Brückenstrom zu. Und zwar muß die kompensierende Spule im gleichen Zweige mit dem Wismut liegen, wenn letzteres sich in Magnetfeldern von Null bis zur Ordnung 4500 C.G.S. befindet; für weiter wachsende Felder muß die Selbstinduktion in den benachbarten Zweig verlegt werden. Der für das optische Telephon

---

1) G. C. Simpson, Phil. Mag. (6) 4. p. 554. 1902.

2) B. Wolff, Inaug.-Diss. Würzburg 1897. Diese Arbeit wird von Simpson nicht erwähnt, hingegen alle anderen genannten.

erhaltene Nullpunkt auf dem Meßdraht fällt nicht mit dem für das Galvanometer zusammen. Man beobachtet eine Widerstandsdifferenz

$$\Delta w = (w_{\text{oszill.}} - w_{\text{konst.}}) : w_{\text{konst.}},$$

welche für die Magnetfelder von 0—4500 C.G.S. negativ ist, und sodann durch Null zu positiven Werten übergeht, mit der Feldstärke wachsend. Absolut genommen nimmt Δw in der Regel mit der Periodenzahl zu, während die Werte der zugehörigen kompensierenden Selbstinduktion im allgemeinen mit der Schwingungsdauer wachsen. Für jede Schwingungszahl findet man eine gewisse Feldstärke, bei welcher $\Delta w = 0$ ist, und auch keine kompensierende Selbstinduktion eingeschaltet zu werden braucht. Beides findet jedoch meist nicht gleichzeitig statt.

An den einzelnen Exemplaren der von ihm untersuchten Wismutdrähte fand Wolff große Verschiedenheiten im Verhalten gegen Wechselstrom, wofür er als Ursache den Einfluß thermischer und mechanischer Behandlung auf die Struktur des Metalles ansieht (Wismut läßt sich nur im erwärmten Zustand zu Draht pressen und biegen). Es lassen sich also die an einem Exemplar gefundenen Zahlenwerte nicht ohne weiteres auf andere übertragen.

Das Material für die bisher erwähnten Wechselstromuntersuchungen an Wismutdrähten stammt ausschließlich von der Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M., und zwar meist in Gestalt der bifilaren Spiralen für die Messung magnetischer Feldstärken aus der Widerstandszunahme. Wolff hat auch die noch nicht zu Spiralen zusammengedrehten Drähte der gleichen Firma zu seinen Untersuchungen verwendet. Er fand in der Tat Verschiedenheiten hinsichtlich Δw und der Selbstinduktion vor und nach dem Zusammenbiegen der Drähte. Natürlich konnten sich diese Vergleiche nur auf die Messungen ohne Magnetfeld beschränken.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit

war es Wismut, von anderem Ursprung und auf eine andere Weise in Drahtform gebracht, nach der von Wolff zuerst durchgeführten Methode zu untersuchen, während es angezeigt

erschien, um Vergleiche sicher führen zu können, nebenher auch Messungen an Hartmann & Braunschem Material zu machen. Auch sollte Antimon und Legierungen beider Metalle untersucht werden.

Wachsmuth und Bamberger haben in ihren Arbeiten (vgl. oben) zuerst ein Verfahren zur Herstellung von Fäden aus den leichter schmelzbaren Metallen Bi, Sb, Pb, Sn angegeben: man bringt in einer Glasröhre eine kleine Menge des betreffenden Metalles zum Schmelzen und zieht mit dem Glas zugleich das Metall nach genügendem Erhitzen über der Gebläseflamme zu Fäden von gewünschter Dicke aus.

Dieses Verfahren bietet bei Sb, Sn, Pb keine allzu großen Schwierigkeiten bei einiger Vorsicht und Übung. Für Wismut versagt dasselbe zunächst vollständig, da das Metall sich beim Erkalten ausdehnt, die isolierende und stützende Glashülle sprengt und sehr wenig brauchbare brüchige Fäden entstehen.[1]) Es war somit nötig, die Glashülle derart widerstandsfähig zu machen, daß man gut isolierte und haltbare Drähte erhielt. In ein Glasrohr von ca. 4 mm Weite, welches am einen Ende zugeschmolzen war, wurde eine kleine Quantität Wismut eingebracht und geschmolzen; über das erste wurden noch zwei ineinander passende Stücke von Glasröhren geschoben und das Ganze zu einem dichten Mantel verschmolzen. Glas und Metall wurde sodann aus der lichten Rotglut zu Fäden ausgezogen. Die so gewonnenen Drähte waren meist gut brauchbar; der Durchmesser der Metallfäden lag in den Grenzen 0,07 – 0,25 mm, während der äußere Durchmesser der Glashülle in der Regel reichlich das Dreifache betrug. Man darf annehmen, daß die so erhaltenen Wismutdrähte unter einem merklichen Drucke[2]) erstarren, da das Glas früher fest wird (Wismut schmilzt bei 270° C.). Dieser Umstand erwies sich im Laufe der Untersuchung als nicht unwesentlich.

Ein Biegen der Drähte in die Form von bifilaren Spiralen

---

1) Es hat den Anschein, als ob auch Wachsmuth und Bamberger dahingehende Versuche aufgegeben haben; wenigstens wird in ihren Arbeiten nichts von Wismutfäden in Glas erwähnt.

2) C. Lüdeking (Wied. Ann. **34.** p. 21. 1888) fand, daß sich Wismut im Moment des Erstarrens um 3 Proz. des ursprünglichen Volumens ausdehnt.

unter Anwendung einer sehr kleinen Gasflamme dürfte als unmöglich bezeichnet werden, da in den meisten Fällen die Glashülle durch das schmelzende und beim Erstarren sich ausdehnende Metall an den Biegungsstellen zersprengt wird. Jedoch gelang es, kleinere Stücke in Form eines Bügels für die Untersuchung im Magnetfeld geeignet zu biegen.

Für die Messungen ohne Magnetfeld waren zunächst acht Wismutdrähte von verschiedenem Durchmesser und Widerstand hergestellt worden. Die Zuleitung des Stromes erfolgte entweder durch Einsenken der rechtwinklig umgebogenen Enden in kleine Quecksilbergefäße, oder es wurden an die beim Ausziehen entsprechend verdickten Enden Kupferdrähte eingelötet. Erscheint auch die letztere Art der Zuleitung als die sicherere, so haben doch eigens angestellte Versuche ergeben, daß die Quecksilberzuleitung bei Anwendung einiger Vorsicht einwandfrei und ohne Einfluß auf das Messungsresultat ist. Das Metall wurde, namentlich bei den feineren Drähten, durch vorsichtiges Absprengen der Glashülle an den Enden auf einige Zehntel Millimeter bloßgelegt, um eine größere Berührungsstelle zu ergeben. Außerdem wurden etwaige Unreinheiten sorgfältig entfernt.

Das untersuchte Wismut war von Kahlbaum in Berlin in gekörntem Zustande bezogen. Eine gewöhnliche chemische Analyse ließ keine Verunreinigungen erkennen; nach Angabe der Fabrik ist das Wismut elektrolytisch gewonnen und enthält Spuren von As, Ag, Pb und Fe, deren Summe weniger als (1 : 400) Proz. beträgt. Die an sich nur geringen Verunreinigungen des Wismuts genügten indes, den Temperaturkoeffizienten des Leitungswiderstandes bedeutend herabzudrücken. Es wurden im Bereich der Temperaturen -10^{0} bis $+40^{0}$ C. Übergänge zu negativen Werten beobachtet. Nähere Angaben folgen für die einzelnen Exemplare bei der Mitteilung der Wechselstromgrößen.

Das verwendete Antimon stammte von der gleichen Firma, nach deren Angaben es unwägbare Spuren von Eisen enthält. Es zeigte in der Tat den normalen Temperaturkoeffizienten. Das Biegen der Antimondrähte geht bei einiger Übung mit weit geringeren Schwierigkeiten von statten. Es wurden vier Exemplare von etwa 0,5 m Länge und verschiedenem Wider-

stand in ebene parallel laufende Zickzackwindungen gelegt, dergestalt, daß die von den Windungen eingenommene Fläche kleiner als die Polfläche des für die Untersuchungen benutzten Elektromagneten war. Mit einer aus einem kapillaren Glasrohr kommenden Gasflamme wurden die Biegungsstellen erwärmt. Der Draht wurde dabei auf eine kleine mit einigen Löchern versehene Kupferplatte gelegt. Auf diese Weise konnte man die zu biegenden Stellen der Drähte allein über den Löchern so weich machen, daß ein Biegen leicht möglich war, während im übrigen die Wärme von der Kupferplatte abgeleitet wurde. Außerdem wurde so eine ebene Lage der Windungen gewährleistet. Die Enden der Drähte wurden gut versilbert, galvanisch verkupfert und konnten dann sicher an kupferne Zuleitungen, nach dem Vorbilde der Hartmann & Braunschen Spiralen, verlötet werden. Schließlich wurden die Drähte durch Einkitten zwischen Glimmer gegen Beschädigung geschützt. In gleicher Weise wurde ein Draht aus einer Legierung von Wismut und Antimon hergestellt.

Die Versuchsanordnung

bestand aus einer Wheatstoneschen Brücke, in welche nach Belieben mittels einer Wippe der durch entsprechenden Widerstand geschwächte Strom eines Akkumulators, oder der Sekundärstrom eines Ringinduktoriums geleitet werden konnte. In den Brückenzweig wurde entweder ein Deprezgalvanometer oder ein optisches Telephon geschaltet, welche beide bequem mittels Umschalters vertauscht werden konnten. Bei Benutzung des optischen Telephons war das Galvanometer kurzgeschlossen; es wurde auf diese Weise durch Dämpfung schnell in seine Ruhelage gebracht und war stets zur Messung bereit. Die Spiegel beider Instrumente wurden mit der Achse des Beobachtungsfernrohres in eine Vertikalebene gebracht, so daß durch eine geringe Drehung des Fernrohres um eine horizontale Achse nacheinander auf einen der Spiegel eingestellt werden konnte.

Mit Rücksicht darauf, daß die Mehrzahl der zu messenden Widerstände zwischen 5 und 20 Ohm gelegen waren, wurde ein 1 m langer Meßdraht von 0,647 Ohm Widerstand aus Neu-

silber mit bifilaren Konstantanballastwiderständen zu beiden Seiten von je 12,681 Ohm angewandt. Bei diesem Verhältnis der Widerstände von Meßdraht und Ballast entspricht in gewissen Grenzen 100 mm Verschiebung des Schleifkontaktes auf dem Meßdraht einer Änderung des zu bestimmenden Widerstandes um 1 Proz., es konnten somit an der Millimeterteilung die 0,01 Proz. direkt abgelesen werden. Außerdem war für größere Werte eine einfache Umrechnung in Prozent nach einer berechneten und experimentell nachgeprüften Tabelle ermöglicht. Die bei weitem größte Zahl der Δw-Werte bewegte sich unter 1 Proz., so daß durch Wahl passenden Vergleichswiderstandes leicht nahe der Brückenmitte gearbeitet werden konnte.

Der Primärstrom des Ringinduktoriums wurde von einem Akkumulator geliefert und durch einen Saitenunterbrecher periodisch unterbrochen. Durch Parallelschalten von passenden Kondensatoren zu den Funkenstrecken wurde das Verdampfen des Quecksilbers tunlichst beschränkt. Die Schwingungszahlen der Telephone wurden mit Hilfe einer Stimmgabel bestimmt, welche die Schwingungszahl 128 hatte, oder auch mittels des phonischen Rades.

Die kompensierenden Selbstinduktionen wurden im einzelnen Falle durch einen Vorversuch ermittelt. Aus einem Satze von Selbstinduktionsspulen im Betrage zwischen 920 und $3{,}05 \cdot 10^5$ cm, welche durch Vergleich mit einer Normalrolle von 10^6 cm geeicht und zur Kontrolle untereinander verglichen wurden, wurden durch geeignete Kombinationen diejenigen Werte gebildet, die, mit dem Wismut zugleich eingeschaltet, den Brückenstrom wirklich zum Verschwinden brachten. Die Eichung der Spulen konnte für die Werte über 6000 cm mit einer Genauigkeit von ± 1 bis 2 Proz. (mit dem Werte steigt die Genauigkeit) vorgenommen werden; die Genauigkeit der Werte unter 6000 cm liegt zwischen ± 2 und 5 Proz.

Die Empfindlichkeit der Anordnung für Selbstinduktion hängt im wesentlichen ab von den begleitenden Widerständen und der Beschaffenheit des optischen Telephons. Im allgemeinen stört eine Selbstinduktion das Gleichgewicht um so mehr, je kleiner der begleitende Widerstand ist. Im einzelnen Falle, namentlich wenn es sich um kleinere Werte handelte,

wurde die Empfindlichkeit geprüft durch Ersetzen des Wismutwiderstandes durch einen gleichwertigen induktionsfreien Konstantanwiderstand. Das Kriterium gibt die Prüfung, ob die betreffende Selbstinduktion mit dem Widerstande noch eine Nulleinstellung möglich macht oder nicht. In einigen Fällen machte es sich notwendig, die Selbstinduktion einer 2,25 m langen Zuleitung, oder auch die Selbstinduktion des Rheostaten durch kleine Spulen von der Ordnung 1000 cm zu kompensieren. Für die Selbstinduktionen wurden Mittelwerte gewählt; die Unsicherheit ist nicht größer als $\pm$ 1000 cm in den meisten Fällen.

Nach Bestimmung der kompensierenden Selbstinduktion wurde zuerst für konstanten, dann für Wechselstrom abgeglichen, worauf die Messung für konstanten Strom wiederholt wurde. Ergaben sich hierbei Abweichungen gegen die erste Messung (die übrigens selten mehr als 0,01 Proz. betrugen), so wurde das Mittel aus beiden genommen und danach Δw unter Berücksichtigung der sonst im Zweige enthaltenen Spulenwiderstände angegeben.

Für beide Stromarten wurden nur kurze Stromschlüsse gemacht, um Temperaturfehler tunlichst auszuschließen; der konstante Strom wurde wegen der in den Zweigen enthaltenen Selbstinduktion durch einen Doppelkontakt nach Dorn eingeleitet, welcher den Galvanometerzweig einen Augenblick später schließt und früher öffnet als den Außenkreis.

Die Einstellungsfehler betragen für das Galvanometer nicht mehr als $\pm$0,01 Proz.; für die optischen Telephone für $N = 128$ und $N = 256$ ist die Genauigkeit fast die gleiche; etwas weniger empfindlich waren die Telephone für die Schwingungszahlen 64 und 512, etwa auf $\pm$0,02 bis $\pm$0,03 Proz. des eingeschalteten Widerstandes. Die angegebenen Werte Δw sind stets die Mittel aus wenigstens drei Beobachtungen, welche untereinander höchstens um 0,02 bis 0,03 Proz. des eingeschalteten Widerstandes abweichen.

Das Magnetfeld lieferte ein Halbringelektromagnet nach Dubois mit kegelförmigen Polstücken, welche in einer Kreisfläche von 40 mm Durchmesser endigten. Die Feldstärken wurden mit einer geeichten Wismutspirale für einen bekannten Erregungsstrom bestimmt und nach Kurven interpoliert, deren Richtigkeit zeitweise kontrolliert wurde. Die Pole wurden in

1,2 bis 6 mm Entfernung benutzt; die Felder waren auf ca. 2 Proz. homogen. Die Konstruktion des Magneten erlaubt mit verhältnismäßig geringen Strömen (aus der Starkstromleitung des Institutes), meist nur bis 5 Ampère, bis zu Feldstärken von 18000 C.G.S. zu gehen.

Die Erwärmung der Magnetspulen war sehr gering, Strom und Feldstärke für die Dauer einer Messung also hinreichend konstant.

Wechselstromführende Zuleitungen waren zur Vermeidung von Induktionswirkungen verdrillt; aus dem gleichen Grunde stand der Saitenunterbrecher und das Induktorium in genügender Entfernung von der Anordnung. Das Galvanometer wurde vom Elektromagneten in keiner Weise beeinflußt.

Wismut im unmagnetischen Felde.

Wolff fand an gepreßten Wismutdrähten von drei verschiedenen Dicken, daß die kompensierende Selbstinduktion p pro 1 cm Drahtlänge bei dünneren Drähten größer ist als bei dickeren, hingegen Δw bei den dicksten Drähten am größten; daß ferner an verschiedenen Stücken des gleichen Drahtes Δw und p sehr verschieden ausfallen können. Die von mir zum Vergleiche an Hartmann & Braunschem Material angestellten Versuche führten zu Werten, die sowohl hinsichtlich Δw als p in der Größenordnung zu den Wolffschen Zahlen passen. Es seien zunächst einige Tabellen hierüber angeführt.

N	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion		
			pro 1 cm	pro 1 Ω
1a. Wismutdraht, gestreckt; 1 mm dick; 785 mm lang; 1,3 Ω.				
64	−0,105	3850	49	2980
128	−0,17	2310	29	1776
256	−0,215	1910	24	1469
400	−0,30	1910	24	1469
1b. Derselbe Draht zur bifilaren Spirale gebogen, 775 mm lang.				
69	−0,128	3300	43	2540
128	−0,194	2310	30	1776
215	−0,230	1345	17	1035
256	−0,245	1345	17	1035

Durch das Biegen in Spiralenform haben sich Δw und p geändert, wie dies auch Wolff beobachtete.

N	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion		
			pro 1 cm	pro 1 Ω
2. Wismutdraht, gestreckt; 0,31 mm dick; 870 mm lang; 13,2 Ω.				
64	−0,033	13 000	149	984
128	−0,035	10 550	121	800
256	−0,055	10 550	121	800
400	−0,088	10 550	121	800
3. Wismutspirale von Hartmann & Braun; 26,2 Ω.				
64	−0,015	24 100	—	919
128	−0,015	20 200	—	770
256	−0,05	15 945	—	608
4. Wismutspirale von Hartmann & Braun; 14,4 Ω; ca. 90 cm lang.				
64	−0,015	13 000	144	902
135	−0,02	11 600	129	806
256	−0,04	10 050	111	696
512	−0,035	7 730	86	532
5. Wismutdraht von Hartmann & Braun; 0,17 mm dick, 555 mm lang; 33 Ω.				
69	−0,02	17 100	308	518
216	−0,036	15 200	274	461

Wie schon in der Einleitung erwähnt, liegen die kompensierenden Selbstinduktionen mit dem Wismut in dem gleichen Zweige der Wheatstoneanordnung.

Es mögen jetzt die Werte folgen, welche an acht in Glas ausgezogenen Drähten aus Kahlbaumschem Wismut beobachtet wurden. Wie bereits erwähnt, zeigten diese infolge geringer Verunreinigung einen vom normalen stark abweichenden Temperaturkoeffizienten des Leitungswiderstandes, dessen Wert (a) zunächst mitgeteilt werden soll.

Im Intervall			$10^3\,a$	Im Intervall			$10^3\,a$
1. BiA_1.				2. BiA_2.			
+ 0,5° C.	bis	+15,9° C.	+1,06	+ 0,8° C.	bis	+11,0° C.	−0,127
+15,4	„	+20,3	+1,24	+11,0	„	+15,0	+0,022
+20,3	„	+25,4	+1,31	+15,7	„	+20,3	+0,174
+25,4	„	+30,3	+1,41	+20,3	„	+24,4	+0,268
+30,3	„	+35,3	+1,44	+24,4	„	+30,1	+0,368
+35,3	„	+39,9	+1,52	+30,1	„	+34,9	+0,50
				+34,8	„	+40,0	+0,576
3. BiB_1.				4. BiB_3.			
+ 1,0° C.	bis	+10,0° C.	−0,69	+15,3° C.	bis	+21,3° C.	+0,166
+10,0	„	+14,0	−0,60	+21,3	„	+25,4	+0,244
+14,2	„	+20,0	−0,452	+25,4	„	+30,4	+0,32
+20,0	„	+25,2	−0,324	+30,4	„	+35,2	+0,437
+25,2	„	+29,2	−0,20	+35,2	„	+39,9	+0,51
+29,2	„	+35,0	−0,087				
+35,0	„	+40,3	+0,056				
5. BiB_4.				6. BiC_3.			
+14,3° C.	bis	+20,5° C.	+0,683	− 3,5° C.	bis	− 0 ° C.	−0,828
+20,5	„	+25,1	+0,76	− 0,0	„	+15,0	−0,673
+25,1	„	+30,1	+0,86	+17,6	„	+21,2	−0,44
+30,1	„	+35,1	+0,96	+20,2	„	+27,9	−0,305
+35,1	„	+40,0	+1,06	+27,9	„	+32,0	−0,122
				+36,0	„	+40,0	+0,10
				+40,0	„	+50,2	+0,274
				+50,2	„	+59.9	+0,495
7. BiC_4.				8. BiD_1.			
−10,0° C.	bis	− 5,2° C.	+0,146	+11,3° C.	bis	+15,0° C.	+0,216
−10,0	„	0,0	+0,14	+15,0	„	+19,5	+0,222
0,0	„	+ 4,2	+0,238	+19,5	„	+25,5	+0,325
+ 4,2	„	+ 8,2	+0,26	+25,5	„	+30,0	+0,40
+ 8,2	„	+14,9	+0,35	+30,0	„	+34,9	+0,45
+13,8	„	+15,3	+0,33	+34,9	„	+40,3	+0,59
+15,3	„	+20,1	+0,396				
+20,1	„	+25,0	+0,45				
+25,0	„	+30,1	+0,55				
+30,1	„	+34,9	+0,645				
+34,9	„	+39,8	+0,714				

Bei der Bestimmung der Temperaturkoeffizienten, welche übrigens mehrere Monate nach den im folgenden mitgeteilten Wechselstrommessungen gemacht wurde, zeigte die Mehrzahl der Drähte eine geringe Abnahme des Widerstandes mit der Zeit, welche teils der Erwärmung, teils dem längeren Eintauchen in Quecksilber zuzuschreiben ist, welches das Metall an den Enden der Drähte langsam auflöst.

Die folgenden Wechselstrommessungen wurden sämtlich bei Zimmertemperatur von ca. 18° C. ausgeführt. Es mögen die Tabellen der erhaltenen Werte folgen.

N	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion		
		total	pro 1 cm	pro 1 Ω
	1. BiA_1. 52 cm lang; 17,4 Ω Widerstand.			
64	−0,58	169 500	3259	9741
135	−0,83	82 090	1578	4712
244	−1,04	44 000	846	2528
512	−1,185	14 600	280	838
	2. BiA_2. 32 cm lang; 7,6 Ω Widerstand.			
64	−0,295	30 900	965	4065
135	−0,36	14 390	449	1893
244	−0,44	6 200	194	815
512	−0,53	3 850	120	506
	3. BiB_1. 16 cm lang; 16,7 Ω Widerstand.			
64	−0,225	61 800	3862	3700
135	−0,32	32 100	2006	1922
244	−0,49	17 500	1093	1047
512	−0,61	10 600	662	634
	4. BiB_3. 25 cm lang; 56 Ω Widerstand.			
64	−0,23	305 000	12200	5445
135	−0,34	175 400	7016	3132
244	−0,45	123 400	4936	2203
512	−0,64	82 400	3296	1471
	5. BiB_4. 14 cm lang; 31,6 Ω Widerstand.			
64	−0,23	157 850	11285	4993
135	−0,325	114 500	8178	3623
244	−0,495	82 400	5885	2607
512	−0,57	47 200	3371	1493

N	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion total	pro 1 cm	pro 1 Ω
	6. BiC_3. 17 cm lang; 20,2 Ω Widerstand.			
64	−0,15	58 800	3458	2910
135	−0,21	28 500	1676	1410
244	−0,31	21 750	1279	1076
512	−0,46	10 600	623	524
	7. BiC_4. 10 cm lang; 14,8 Ω Widerstand.			
64	−0,325	108 300	10830	7317
135	−0,48	68 550	6855	4631
244	−0,72	47 200	4720	3189
512	−0,94	24 100	2410	1628
	8. BiD_1. 15 cm lang; 5,7 Ω Widerstand.			
64	−0,75	66 440	4429	11656
135	−1,04	30 900	2060	5421
244	−1,27	16 450	1163	2885
512	−1,42	6 200	413	1088

Ein Vergleich dieser Zahlen mit denen der Hartmann & Braunschen Drähte zeigt, wie auch aus der graphischen Darstellung hervorgeht, daß die Selbstinduktionen durchwegs von einer anderen Größenordnung sind; außerdem sind die Δw-Werte wesentlich höhere.

Ordnet man die Drähte in der Reihenfolge wie ihr mittlerer Querschnitt zunimmt, so erhält man für die Periodenzahl $N = 64$ die folgende Tabelle.

Exemplar	Δw in Proz.	Widerstand pro 1 cm	Kompensierende Selbstinduktion pro 1 cm	pro 1 Ω
1. BiB_4	−0,23	2,26 Ω	11285	4993
2. BiB_3	−0,23	2,24	12200	5445
3. BiC_4	−0,325	1,48	10830	7317
4. BiC_3	−0,15	1,19	3458	2910
5. BiB_1	−0,225	1,04	3862	3700
6. BiD_1	−0,75	0,38	4429	11656
7. BiA_1	−0,58	0,34	3259	9741
8. BiA_2	−0,295	0,24	965	4065

Diese Tabelle zeigt:

1. daß die kompensierende Selbstinduktion pro 1 cm mit Zunahme des Widerstandes der Längeneinheit schlechthin wächst (wie bei den Hartmann & Braunschen Drähten), wenn auch ohne stichhaltige Gesetzmäßigkeit;

2. daß die Δw zwar bei den dickeren Drähten zum Teil große, bei den dünneren zum Teil kleine Werte aufweisen, daß eine deutliche Beziehung zum Querschnitt, und noch viel weniger zu den Selbstinduktionen pro 1 cm Länge, jedoch nicht hervortritt;

3. daß eine Beziehung zwischen den Δw und den kompensierenden Selbstinduktionen bezogen auf 1 Ohm Widerstand insofern zu bestehen scheint, als beide gleichzeitig wachsen.

Nach dem Δw für die Schwingungszahl $N = 64$ geordnet, geben die acht Drähte folgende Tabelle.

Exemplar	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion pro 1 Ω	Kompensierende Selbstinduktion pro 1 cm
1. BiC_3	−0,15	2910	3458
2. BiB_1	−0,225	3700	3862
3. BiB_4	−0,23	4993	11285
4. BiB_3	−0,23	5445	12200
5. BiA_2	−0,295	4065	965
6. BiC_4	−0,325	7317	10830
7. BiA_1	−0,58	9741	3258
8. BiD_1	−0,75	11656	4429

Bis auf die fünfte Horizontalreihe gibt diese Tabelle eine befriedigende Gesetzmäßigkeit hinsichtlich Δw und der Selbstinduktion $p:w$; gleichzeitig geht deutlich hervor, daß ein Zusammenhang zwischen den Δw und der Selbstinduktion pro 1 cm schwerlich bestehen kann.

Man vergleiche auch die graphischen Darstellungen der Messungsresultate:

1. Δw als Funktion der Periodenzahl (Fig. 1).

2. $p:w$ als Funktion der Periodenzahl (Fig. 2).

3. $p:w$ als Funktion von Δw (Fig. 3) für die einzelnen Exemplare.

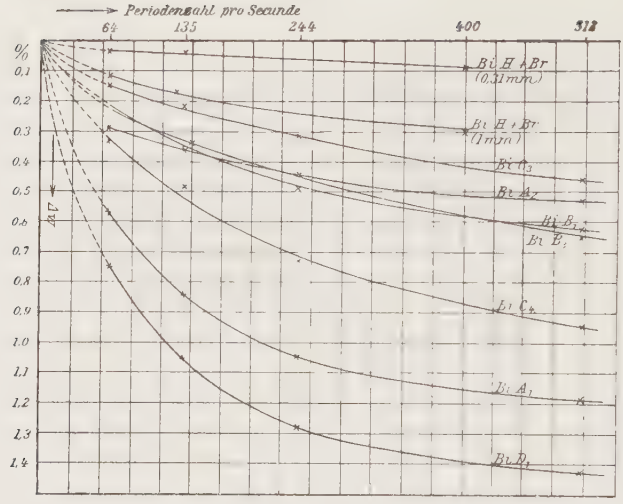


Fig. 1.

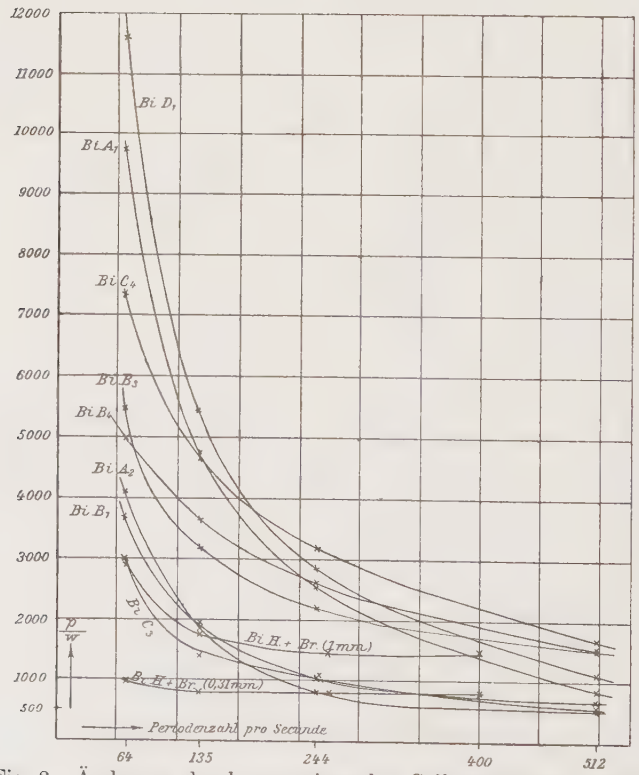


Fig. 2 Änderung der kompensierenden Selbstinduktion mit der Periodenzahl außer dem Magnetfeld.

Werden auch die Δw und $p : w$ bei den einzelnen Exemplaren relativ in sehr verschiedener Weise von der Periodenzahl beeinflußt, so bemerkt man wieder, daß im allgemeinen zu den absolut größten Werten Δw auch die absolut größten Werte $p : w$ gehören (vgl. Fig. 3), und daß beide ziemlich regel-

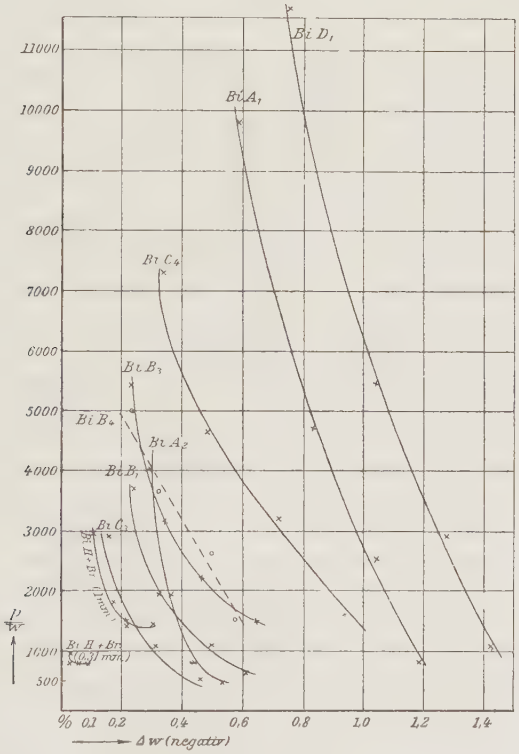


Fig. 3.

mäßig gleichzeitig abnehmen, selbstredend davon abgesehen, daß bei *einem* Exemplar die $p : w$ mit wachsendem Δw abnehmen.

Die miteingezeichneten Kurven der Hartmann & Braunschen Drähte schließen sich den übrigen gut an.

In einigen Fällen wurde Δw und $p : w$ an einem ganzen Drahte und Teilen desselben bestimmt. Es folgen die einzelnen Werte.

I. Draht: 205 mm lang, 29,3 Ω	$\Delta w = -0{,}47\ \%$	$p : w = 4607$
Teil davon: 100 mm lang, 14,8 Ω	$\Delta w = -0{,}48$	$p : w = 4635$
	für $N = 135$	
II. Draht: 250 mm lang, 40,3 Ω	$\Delta w = -0{,}35\ \%$	$p : w = 3761$
Teil davon: 140 mm lang, 31,6 Ω	$\Delta w = -0{,}325$	$p : w = 3626$
	für $N = 135$	
sowie:		
	$\Delta w = -0{,}51\ \%$	$p : w = 2615$
	$\Delta w = -0{,}495$	$p : w = 2607$

III. An zwei Drähten, welche ursprünglich ein Ganzes bildeten, wurde gemessen:

1. Teil: 200 mm lang, 10 Ω	$\Delta w = -0{,}48\ \%$	$p : w = 1055$
2. Teil: 160 mm lang, 16,7 Ω	$\Delta w = -0{,}49$	$p : w = 1053$

Man ist nach diesen Ergebnissen wohl berechtigt, die kompensierenden Selbstinduktionen dem Widerstande proportional zu setzen, soweit es sich um Stücke *eines* Drahtes handelt. Daß die Längen der Drähte nicht immer in Proportion stehen mit den Widerständen oder kompensierenden Selbstinduktionen hat seinen Grund darin, daß die Drähte in Glas unmöglich einen vollkommen konstanten Durchmesser haben können wie die gepreßten Drähte.

Ein Einfluß nachträglichen Biegens und Erwärmens der Drähte auf die Werte Δw und p war nicht nachzuweisen.

Der Draht BiA_2 zeigte für $N = 128$ die gleichen Werte Δw und p, nachdem er 20 Min. auf einer Glasplatte über siedendem Wasser erwärmt und wieder langsam abgekühlt war, wie vorher. Ebensowenig änderte daran etwas ein rechtwinkliges Umbiegen der Enden des Drahtes.

An einem anderen Drahte von 300 mm Länge und 11,9 Ω Widerstand wurden nacheinander bis zu fünf Biegungen von wenigen Millimetern Radius angebracht und jedesmal Δw gemessen; an der kompensierenden Selbstinduktion brauchte nichts geändert zu werden. Die Werte Δw waren, für $N = 244$:

Vor dem Biegen:	−0,98 Proz.
Mit einer Biegung:	−1,025 „
	−1,00 „
Mit drei Biegungen:	−1,025 „
	−1,00 „
Mit fünf Biegungen:	−1,00 „

Der Unterschied im Verhalten der gepreßten und der in Glas ausgezogenen Wismutdrähte gegen Wechselstrom kann dahin charakterisiert werden, daß die sekundäre elektromotorische Kraft in dem unter Druck schnell erstarrten Wismut auffallend stärker hervortritt und einen anderen Phasenwinkel aufweist, als in dem unterhalb der Schmelztemperatur gepreßten Drahte.

Dieses Verhalten ist nicht allein eine Eigentümlichkeit des Kahlbaumschen Wismuts, dessen geringere Reinheit durch den unregelmäßigen Temperaturkoeffizienten gekennzeichnet ist, sondern auch des durch die Größe seines Temperaturkoeffizienten als sehr rein erwiesenen Wismuts von Hartmann & Braun, sobald es in Glas umgeschmolzen und in gleicher Weise zu Fäden ausgezogen wird.

Dies geht aus nachstehenden Versuchen hervor. Die Werte Δw und $p : w$ für den hierbei benutzten 0,31 mm-Draht von Hartmann & Braun sind bereits oben mitgeteilt; eine aus solchem Drahte von mir hergestellte Spirale hatte den Temperaturkoeffizienten

$10^3 a = +\,3{,}91$ im Bereiche $+16{,}8^0$ bis $+26{,}8^0$ C.,

sowie die Werte

N	Δw in Proz.	$p : w$
69	−0,02	1014
249	−0,071	691

also nicht wesentlich verschieden vom gestreckten Drahte. Dagegen zeigte ein aus 0,31 mm-Draht in Glas hergestellter Draht bei gleichem Temperaturkoeffizienten $10^3 a = +\,3{,}91$ folgende Werte:

N	Δw in Proz.	$p : w$
65	−0,143	3885
128	−0,205	2750
249	−0,335	1740

Ein Stück dieses Drahtes zeigte die Werte

234	−0,326	1770

Ein anderes Exemplar, ebenfalls aus 0,31 mm-Draht umgeschmolzen, mit dem Temperaturkoeffizienten $10^3 a = +3{,}78$ hatte

N	Δw in Proz.	$p : w$
69	−0,212	3285
239	−0,413	1500

Wie man aus den mitgeteilten Zahlen sieht, haben die Werte Δw und p durch das Ausziehen in Glas beträchtlich zugenommen; sie reihen sich den an den Kahlbaumschen Drähten gefundenen Werten gut an, trotzdem die Temperaturkoeffizienten wesentlich größer als bei diesen sind, vom normalen kaum verschieden.

Um den Einfluß von Verunreinigungen überhaupt zu untersuchen, wurden noch folgende Versuche gemacht. An einem Drahte aus

83,5 Teilen Bi Kahlbaum

und

16,5 „ „ Hartmann & Braun

wurde beobachtet:

Temperaturkoeffizient im Bereich $+15^0$ bis $+40^0$ C.

$$10^3 a = +2{,}51 \text{ bis } 2{,}65,$$

also wesentlich größer als bei den Drähten aus Bi Kahlbaum allein. Ferner die Werte:

N	Δw in Proz.	$p : w$
69	−0,235	4320
238	−0,452	1520

An einem Drahte aus Bi Kahlbaum, welches absichtlich mit 1 Proz. SnPb-Lot verunreinigt war, dessen Temperaturkoeffizient sich im Bereiche von $+11^0$ bis $+40^0$ C. beständig negativ erwies ($10^3 a = -0{,}5$ bis $-1{,}2$ steigend), wurden folgende Werte gefunden:

N	Δw in Proz.	$p : w$
69	−0,492	5300
239	−0,688	1020

Dieser Draht weicht in seinem Verhalten auch nicht wesentlich von den übrigen ab.

Es geht aus diesen Versuchen hervor, daß Verunreinigungen bis zu einem gewissen Grade das Verhalten des Wismuts im unmagnetischen Felde wenig beeinflussen, daß vielmehr die charakteristischen Eigenschaften in der Hauptsache dem schnellen Erstarren unter Druck zuzuschreiben sind.

Ein 250 mm langer Draht aus einer Legierung von 5 Teilen Wismut und 3 Teilen Antimon, der in acht parallel laufende Windungen gebogen war, von 10,4 Ω Widerstand, hatte folgende Werte des Temperaturkoeffizienten:

Im Intervall	$10^3\,a$
+14,0° C. bis +20,6° C.	+0,834
+20,6 „ +25,5	+0,856
+25,5 „ +31,2	+0,894
+31,2 „ +39,5	+0,963

Die Wechselstromwerte sind:

N	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion	
64	−0,02	6200	pro 1 Ω 596
135	−0,03	2790	pro 1 Ω 268
244	−0,035	1910	pro 1 Ω 183
512	−0,045	1910	pro 1 Ω 183

Die Selbstinduktionen beanspruchen nur, der Größenordnung nach gültig zu sein. Im übrigen ist das Verhalten ähnlich dem des Wismuts allein.

Theorie.

Wie die folgende Betrachtung zeigt, lassen sich die am Wismut gemessenen Größen Δw und $p : w$ als Komponenten der durch den hindurchgesandten Wechselstrom erzeugten elektromotorischen Kraft auffassen und zur Bestimmung des Phasenwinkels benutzen.

Ein Wismutdraht (im unmagnetischen Felde) zeigt beim Durchgange eines Wechselstromes eine gewisse Ähnlichkeit mit einer elektrolytischen Zelle, deren Polarisationskapazität durch eine geeignete Selbstinduktion im gleichen Zweige der Wheatstoneanordnung kompensiert werden kann für die Widerstandsbestimmung mit dem optischen Telephon. Bei der Zelle tritt jedoch infolge Depolarisation (M. Wien) eine Phasendifferenz auf: man hat es nicht mehr mit einer reinen Kapazitätswirkung zu tun, die sich vollständig durch Selbstinduktion kompensieren ließe, es erscheint vielmehr außerdem der Wechselstromwiderstand w' um den Betrag Δw größer als der wahre Widerstand w; der Wechselstromwiderstand wächst im übrigen noch mit der Schwingungsdauer.

Beim Wismut kann von einer Kapazität im eigentlichen Sinne nicht die Rede sein; das Experiment läßt lediglich erkennen, daß ein Wechselstrom im Wismut eine gleichperiodische elektromotorische Kraft erzeugt, deren Komponenten als „Kapazität“ und „Widerstandsänderung“ in die Erscheinung treten. Vom Einflusse des Magnetfeldes mag vorderhand völlig abgesehen werden.

Im unmagnetischen Felde läßt Wismut in der Tat eine mathematische Formulierung des betrachteten Phänomens zu, die derjenigen für die elektrolytische Zelle ganz ähnlich ist.

Es sei zunächst angenommen, daß eine reine Kapazitätswirkung vorliege, also $\Delta w = 0$. Dann gilt für den Leiter vom Widerstand w mit der Kapazität C, welche durch Selbstinduktion p kompensiert wird:

$$E_0 \cdot \cos n t = \alpha \left\{ w \cdot \cos n t - \left(n p - \frac{1}{n C} \right) \cdot \sin n t \right\}.$$

Hier bedeutet $E_0 \cdot \cos n t$ die periodische elektromotorische Kraft des Wechselstromes, α die maximale Stromamplitude $n = 2 \pi N$, N Periodenzahl pro Sekunde.

Tritt jetzt eine Phasenverschiebung ψ auf (bei der Zelle infolge Depolarisation; beim Wismut heißt das nichts anderes, als daß die erzeugte elektromotorische Kraft einen von $\pi : 2$ verschiedenen Winkel gegen $E_0 \cos n t$ hat), welche eingeführt wird durch

$$\frac{1}{n C} \cdot \sin n t = \frac{1}{n \mathfrak{C}} \sin (n t + \psi),$$

so geht die obige Gleichung über in:

$$E_0 \cdot \cos n\,t = \alpha \left\{ \left(w + \frac{\sin \psi}{n\,\mathfrak{C}} \right) \cos n\,t - \left(n\,p - \frac{\cos \psi}{n\,\mathfrak{C}} \right) \sin n\,t \right\}.$$

Es ist nun

$$\Delta w = \frac{\sin \psi}{n\,\mathfrak{C}}, \qquad n\,p = \frac{\cos \psi}{n\,\mathfrak{C}},$$

letzteres im Falle der vollständigen Kompensation durch Selbstinduktion. Daraus folgt weiter

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta w}{n\,p} = n \,.\, C \,.\, \Delta w, \qquad \mathfrak{C} = \frac{\cos \psi}{n^2 p} = C \,.\, \cos \psi \,.$$

Für elektrolytische Zellen ist

$$\operatorname{tg} \psi = n \,.\, C \,.\, \Delta w$$

mit großer Annäherung eine Konstante; beim Wismut ist dies im allgemeinen nicht der Fall; für letzteres kommt nur in Frage, die Phasendifferenz ψ zu finden und deren Abhängigkeit von der Schwingungszahl des Wechselstromes.

Hat man für

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta w}{n\,p}$$

zunächst Δw in Ohm und für p den Gesamtwert der kompensierenden Selbstinduktion in Zentimetern, also in 10^{-9} Henry, so sind zwar die Zahlenwerte an sich in vergleichbaren Größen ausgedrückt; jedoch ist es für die Berechnung und Vergleiche bequemer, Δw in Prozenten des Widerstandes für konstanten Strom auszudrücken, und auch die Selbstinduktion auf diesen zu beziehen. Der Wert von $\operatorname{tg} \psi$ ändert sich dadurch nicht, da Zähler und Nenner des Bruches mit der gleichen Größe dividiert sind.

In absolutem Maße ausgedrückt wird

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta w\,(\text{Proz.}) \,.\, 10^7}{n\,p} = \frac{\Delta w\,(\text{Proz.}) \,.\, 10^7}{2\,\pi\,N\,p},$$

wo jetzt unter p die kompensierende Selbstinduktion pro 1 Ω Widerstand zu verstehen ist und N die Periodenzahl pro Sekunde bedeutet. Der Nenner ist dann ebenfalls eine reine Zahl, denn man hat:

$$\frac{2\,\pi\,N}{[\text{sec}]} \cdot \frac{p\,[\text{cm}]}{\left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right]} = 2\,\pi\,N\,p\,[0] \,.$$

Für die Berechnung bequem ist auch

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\Delta w\,(\text{Proz.})\,.\,10^3}{2\,\pi\,N p\,.\,10^{-4}},$$

Δw, N und p sind die experimentell zu bestimmenden Größen.

Beim Wismut im unmagnetischen Felde ist Δw stets negativ, und damit auch $\operatorname{tg}\psi$. Nach bekannten trigonometrischen Formeln ist

$$-(\sin\varphi) = \sin(-\psi), \quad \cos\psi = \cos(-\psi),$$

mithin ist

$$\Delta w = \frac{\sin(-\psi)}{n\,\mathfrak{C}} \quad \text{und} \quad n p = \frac{\cos\psi}{n\,\mathfrak{C}} = \frac{\cos(-\psi)}{n\,\mathfrak{C}}.$$

Es ist also ψ als negativer Winkel einzuführen, d. h. vom Vektor der reinen Kapazität ($\pi/2$ vor dem Strom) gegen die Drehrichtung zu rechnen, wie das nachfolgende Polardiagramm

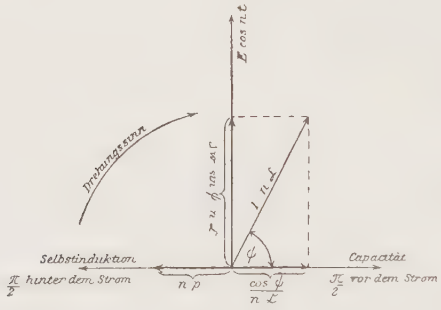


Fig. 4.

(Fig. 4) veranschaulicht. Die Komponente Δw fällt in die Richtung von $E_0\,.\cos n\,t$ und hat denselben Sinn, deshalb erscheint der Wechselstromwiderstand kleiner.

Das Diagramm gibt nur ein Schema; in der Tat sind Δw und $n p$ nur klein gegen E_0. In dem Diagramm sind die Vektoren Δw, $1 : n\,\mathfrak{C}$ und $n p$, welche die Dimensionen von Widerständen haben, mit der Stromstärke α multipliziert zu denken; sie haben sonach ebenfalls die Dimensionen einer elektromotorischen Kraft. Wie bereits angedeutet, ändert sich beim Wismut $\operatorname{tg}\psi$ mit der Schwingungszahl; der Winkel ψ wächst mit der Schwingungszahl. Die Änderung geht also im gleichen Sinne vor sich, wie dies Simpson im magnetischen

Felde konstatiert hat. Im allgemeinen ist auch ψ um so größer, je deutlicher sich die elektromotorische Kraft in ihren Komponenten Δw und p bemerkbar macht.

Es zeigt sich, daß man aus den experimentell gefundenen Daten in einfacher Weise $\operatorname{tg}\psi$ als Funktion der Schwingungszahl darstellen kann. Im Bereiche der angewandten Schwingungszahlen 64 bis 512 pro Sekunde findet man mit befriedigender Genauigkeit, daß die Größe $\varkappa$ aus

$$\frac{N_1^{\varkappa}}{\operatorname{tg}\psi_1} = \frac{N_2^{\varkappa}}{\operatorname{tg}\psi_2}, \quad \text{also} \quad \varkappa = \frac{\log\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_1}{\operatorname{tg}\psi_2}\right)}{\log\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}$$

für irgend zwei Schwingungszahlen N_1 und N_2 und die dazu gehörigen Winkeltangenten $\operatorname{tg}\psi_1$ und $\operatorname{tg}\psi_2$ dieselbe ist. Für *ein* Wismutexemplar ist $\varkappa$ eine charakteristische Konstante. Es folgt weiter, daß allgemein

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\operatorname{tg}\psi_m}{N_m^{\varkappa}} \cdot N^{\varkappa}$$

ist, oder, da für ein bestimmtes Exemplar

$$\operatorname{tg}\psi_m : N_m^{\varkappa} = c$$

wiederum eine Konstante bedeutet, daß

$$\operatorname{tg}\psi = c \,.\, N^{\varkappa}.$$

Die beiden Konstanten c und $\varkappa$ sind für jedes Exemplar zu berechnen. Bei den untersuchten Exemplaren ist

$$0 \leqq \varkappa \leqq 0{,}5\,.$$

Je größer $\varkappa$ ist, um so mehr ändert sich also ψ mit der Schwingungszahl.

Um zu entscheiden, ob die Schwingungszahl außer auf den Phasenwinkel auch auf die Größe der elektromotorischen Kraft im Wismut von Einfluß sei, wurde auch bei den einzelnen Exemplaren die Größe

$$F = \frac{2\pi N p}{\cos\psi} \cdot 10^{-4}$$

gebildet.

Es stellte sich heraus, daß die Größe F allgemein mit der Schwingungszahl wächst: also wiederum das gleiche Ergebnis,

wie es Simpson für das magnetische Feld fand. Zwischen F und der Schwingungszahl N läßt sich eine ähnliche Beziehung aufstellen, wie zwischen $\operatorname{tg}\psi$ und N. Man kann die Abhängigkeit darstellen durch

$$F = m N^{\nu},$$

wobei wieder m und ν für jedes Exemplar charakteristische Konstanten sind. Die Größe m wurde als Mittelwert der einzelnen für ein Exemplar berechneten Werte $F : N^{\nu}$ genommen, während sich ν, ähnlich wie in der Formel für $\operatorname{tg}\psi$ die Größe $\varkappa$, berechnet aus

$$\nu = \frac{\log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)}{\log\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}.$$

In den nachfolgenden Tabellen sind die aus den beobachteten Werten berechneten Größen niedergelegt.

1. BiA_1. $\varkappa = 0{,}5$. $\nu = 0{,}27$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	$\operatorname{tg}\psi$	ψ	$\operatorname{tg}\psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	580	9741	1,4807	55° 58′	0,185	
135	830	4712	2,0766	64 17 12″	0,179	0,1825
244	1040	2528	2,6833	69 33 40	0,172	genau auf
512	1185	838	4,3957	77 11 1	0,194	±6,1 Proz.

Für BiA_1 gilt angenähert:

$$\operatorname{tg}\psi_N = 0{,}1825 \cdot N^{0{,}5}.$$

Ferner berechnet sich die Größe m aus:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	227,7	
135	245,0	237,4
244	251,6	genau auf
512	225,5	±5,5 Proz.

Somit ist

$$F_N = 237{,}4 \cdot N^{0{,}27}.$$

2. BiD_1. $\varkappa = 0{,}45$. $\nu = 0{,}25$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	tg ψ	ψ	tg $\psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	750	11656	1,6001	57° 59′ 47″	0,246	
135	1040	5421	2,2617	66 8 53	0,249	0,2455
244	1270	2885	2,8713	70 47 52	0,242	genau auf
512	1420	1088	4,0570	76 9 12	0,245	±1,45 Proz.

Für BiD_1 gilt angenähert:

$$\text{tg}\,\psi_N = 0{,}2455 \cdot N^{0{,}45}.$$

Fernerhin berechnet sich die Größe m aus:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	312,7	
135	333,6	323,5
244	340,3	genau auf
512	307,4	±5 Proz.

Daraus

$$F_N = 323{,}5 \cdot N^{0{,}25}.$$

3. BiC_3. $\varkappa = 0{,}34$. $\nu = 0{,}45$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	tg ψ	ψ	tg $\psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	150	2910	1,2819	52° 2′ 30″	0,312	
135	210	1410	1,7559	60 20 14	0,331	0,315
244	310	1076	1,8792	61 58 51	0,290	genau auf
512	460	524	2,7288	69 52 27	0,327	±6,5 Proz.

Für BiC_3 gilt angenähert:

$$\text{tg}\,\psi_N = 0{,}315 \cdot N^{0{,}34}.$$

Für die Größe m findet man:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	29,3	
135	26,3	28,77
244	29,6	genau auf
512	29,6	±5,2 Proz.

Also ist annähernd:

$$F_N = 28{,}77 \cdot N^{0{,}45}.$$

4. BiC_4. $\varkappa = 0{,}25$. $\nu = 0{,}45$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	tg ψ	ψ	tg $\psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	325	7317	1,1045	47° 50′ 40″	0,390	
135	480	4631	1,2219	50 42 16	0,358	0,3745
244	720	3189	1,4727	55 49 20	0,372	genau auf
512	940	1628	1,7949	60 52 32	0,377	±4,3 Proz.

Für BiC_4 gilt annähernd:

$$\operatorname{tg} \psi_N = 0{,}3745 \cdot N^{0{,}25}.$$

Für die Größe m ergibt sich:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	67,47	
135	68,22	68,87
244	73,34	genau auf
512	66,47	±5,5 Proz.

Also ist hier annähernd:

$$F_N = 68{,}87 \cdot N^{0{,}45}.$$

5. BiB_8. $\varkappa = 0{,}12$. $\nu = 0{,}44$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	tg ψ	ψ	tg $\psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	230	5445	1,0504	46° 24′ 33″	0,6377	
135	340	3132	1,2798	51 59 51	0,7104	0,6691
244	450	2203	1,3323	53 6 38	0,6889	genau auf
512	640	1471	1,3524	53 31 13	0,6397	±5,5 Proz.

Für BiB_8 gilt angenähert:

$$\operatorname{tg} \psi_N = 0{,}6691 \cdot N^{0{,}12}.$$

Die Größe m berechnet sich hier aus:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	50,94	
135	49,84	50,5
244	50,09	genau auf
512	51,14	±1,3 Proz.

Also ist hier angenähert:

$$F_N = 50{,}5 \cdot N^{0{,}44}.$$

6. BiB_4. $\varkappa = 0$. $\nu = 0{,}42$.

N	$\Delta w \cdot 10^3$	$p : w$	$\operatorname{tg} \psi$	ψ	$\operatorname{tg} \psi : N^{\varkappa}$	Mittel c
64	230	4993	1,1455	48° 52′ 49″	—	
135	325	3623	1,0575	46 36 7	—	—
244	495	2607	1,2385	51 4 56	—	—
512	570	1493	1,1866	49 52 53	—	—

Für BiB_4 gilt angenähert $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \psi_0 = \text{konst.}$, da hier der Wert mit ca. $\pm 7{,}8$ Proz. um das Mittel 1,157 schwankt. Unter dieser Annahme berechnet sich der Phasenwinkel

$$\operatorname{arc}(\operatorname{tg} = 1{,}157) = 49^0\, 9'\, 46''.$$

Für die Größe m findet sich:

N	$F : N^{\nu}$	Mittel m
64	53,53	
135	59,89	56,85
244	60,74	genau auf
512	53,47	±6,4 Proz.

Endlich ist:

$$F_N = 56{,}85 \,.\, N^{0{,}42}.$$

Antimon im unmagnetischen Felde.

Am reinen Antimon konstatierte schon Lenard [1]) für einen oszillierenden Strom einen geringeren Widerstand als für konstanten unter Anwendung eines Hörtelephons und der Kohlrauschbrücke. Er untersuchte ein gepreßtes, 17 mm langes, 0,2 mm dickes Stäbchen, an welches Platindrähte angeschmolzen waren. Der Widerstand dürfte etwa 0,25 Ω betragen haben. Die Widerstandsdifferenz war

$$\Delta w = -\ 0{,}85 \text{ Proz.}$$

Bamberger [2]) fand an einem in Glas ausgezogenen, zu einer bifilaren Spirale gebogenen Antimondrahte von 1,3 Ω Widerstand

$$\Delta w = -\ 0{,}675 \text{ Proz.}$$

ebenfalls mit Hörtelephon und Kohlrauschinduktorium.

1) P. Lenard, l. c. p. 639.
2) K. Bamberger, l. c.

Stimmen diese beiden Werte der Größenordnung nach einigermaßen überein, so weichen die von mir gefundenen bei sämtlichen Antimondrähten wesentlich ab. Mit Benutzung des optischen Telephons für die Schwingungszahlen 64 bis 512 ließ sich an den Antimondrähten nachweisen, daß ein Wechselstrom ähnlich wie beim Wismut eine periodische elektromotorische Kraft hervorruft, deren eine Komponente als Widerstandsdifferenz auftritt, während die andere durch eine Selbstinduktion im gleichen Zweige kompensiert werden muß, damit der Brückenstrom wirklich verschwindet. Und zwar macht sich der Einfluß der Periodenzahl in analoger Weise geltend wie beim Wismut: mit abnehmender Periodenzahl nimmt Δw ab, während die kompensierende Selbstinduktion wächst.

Alle Werte Δw und p sind gegenüber denen beim Wismut sehr klein, so daß man, um sichere Resultate zu erhalten, mit doppelter Vorsicht vorzugehen genötigt ist. Die Werte für die kompensierenden Selbstinduktionen sind nahe der Empfindlichkeitsgrenze und können daher nur der Größenordnung nach angegeben werden.

Zur Vermeidung von Täuschungen wurden die Antimondrähte durch gleichwertige induktionsfreie Konstantanwiderstände ersetzt, und diese ließen, mit der betreffenden Selbstinduktion zugleich eingeschaltet, keine Nulleinstellung zu, ebensowenig die Antimondrähte ohne Selbstinduktion. Somit ist erwiesen, daß man es mit einer ähnlichen Erscheinung zu tun hat wie beim Wismut.

Es folgen die gefundenen Werte.

N	Δw in Proz.	p total	N	Δw in Proz.	p total
1. Draht I, ca. 16 Ω			2. Draht II, ca. 13,8 Ω		
69	−0,01	1200	69	−0,016	2950
128	−0,025	bis	128	−0,02	bis
239	−0,024	1000	256	−0,033	1000
			512	—	—
3. Draht III, ca. 10,4 Ω			4. Draht IV, ca. 4,4 Ω		
69	−0,018	1200	64	−0,027	3850
128	−0,037	?	128	−0,03	2310

Die Δw sind also wesentlich geringer als die von Lenard und Bamberger gefunden.

Der Temperaturkoeffizient des verwendeten Antimons lag zwischen $+4{,}1$ und $4{,}4$ $(= 10^3 a)$, was für Reinheit spricht.

Wie beim Wismut, wurde auch beim Antimon ein Einfluß von Verunreinigungen gesucht. Der Temperaturkoeffizient wurde erst durch ziemlich starke Verunreinigung herabgedrückt; hingegen scheint Δw schon durch geringe Beimengungen von SnPb-Lot vergrößert zu werden. Aus Antimon mit 2 Proz. SnPb wurden zwei Drähte gemacht, deren einer den Temperaturkoeffizienten $10^3 a = + 4{,}17$ hatte, während der andere den Wert $10^3 a = + 4{,}1$ zeigte, beides im Bereiche $+16^0$ bis $+40^0$ C.

An dem letzteren Drahte fand sich (Widerstand 1,8 Ω) für

$$N = 239 \quad \Delta w = - 0{,}049 \text{ Proz.}$$

Kompensierende Selbstinduktion war zu gering.

An einem Drahte aus Sb mit 5 Proz. SnPb, von 5,1 Ω Widerstand, dessen Temperaturkoeffizient im Bereiche $+16^0$ bis $+40^0$ C. $10^3 a = + 2{,}56$ war, wurde gefunden:

N	Δw in Proz.	p total
71	$-0{,}045$	ca. 1420
239	$-0{,}074$	ca. 920

Wismut im transversalen Magnetfelde.

In dem Verhalten der Wismutdrähte im transversalen Magnetfelde scheinen an einzelnen Exemplaren noch größere Verschiedenheiten auftreten zu können als außerhalb desselben.

Handelt es sich im unmagnetischen Felde zunächst nur um quantitative Unterschiede in den Werten Δw und p, welche von den Schwingungszahlen in gleichem Sinne beeinflußt werden, so kann hingegen der Einfluß des Magnetfeldes an einzelnen Exemplaren direkt entgegengesetzt verlaufen.

Am häufigsten scheint der Fall vorzukommen, daß, wie dies aus den Versuchen Lenards, Simpsons und Wolffs an Spiralen von gepreßtem Wismut übereinstimmend hervorgeht, der Widerstand für Wechselstrom mit der magnetischen Feldstärke beständig steigt, und zwar schneller als der für konstanten Strom, daß mithin Δw von negativen Werten durch Null zu positiven übergeht. Bezeichnet man nach dem Vorgange Wolffs die kompensierende Selbstinduktion als negativ, solange sie im gleichen Brückenarm mit dem Wismut liegt, als positiv, wenn sie im Rheostatenzweig liegt, so findet man im allgemeinen ebenfalls einen Übergang von negativen Werten durch Null zu positiven mit wachsender Feldstärke.

Daraus ist man berechtigt zu schließen, daß unter der Einwirkung des Magnetfeldes die elektromotorische Kraft im Wismut allmählich ihren Sinn umkehrt.

Schon Wolff macht darauf aufmerksam, daß Δw und p für eine bestimmte Periodenzahl im allgemeinen nicht im gleichen Magnetfelde Null werden. Das würde nichts anderes bedeuten, als daß die elektromotorische Kraft in einem gewissen Magnetfeld ein Minimum hat und außer ihrem Richtungssinn auch noch den Phasenwinkel ändert. An der von Simpson untersuchten Spirale verschwand der Effekt im Felde 4500 C.G.S. vollständig. Nach Simpsons Beobachtungen ist der Phasenwinkel vom Magnetfeld unabhängig und lediglich Funktion der Periodenzahl. Indes muß man beachten, daß Simpson mit weit geringerer Wechselzahl arbeitete, als dies bei Benutzung der optischen Telephone der Fall ist. Im übrigen schließt das eine Resultat das andere nicht aus. Nach Simpson dürfte man annehmen, daß der Phasenwinkel, da er nur von der Periodenzahl abhängt, in Feldern von 4500 C.G.S. abwärts bis Null von dem Phasenwinkel in Feldern über 4500 C.G.S. um π verschieden ist.

Der oben beschriebene Verlauf der Änderung von Δw und p scheint regelmäßig bei den Hartmann & Braunschen Drähten dünneren Durchmessers ($\leqq 0{,}3$ mm) aufzutreten. Durch einzelne Messungen an zwei von Hartmann & Braun hergestellten Spiralen (Drahtdicke ca. 0,2 mm) überzeugte ich mich, daß die Wirkung des Magnetfeldes die gleiche ist, wie

sie Wolff fand; nicht anders verhielt sich eine aus 0,31 mm dickem gepreßten Draht von mir selbst hergestellte Spirale.

An Spiralen von dickerem Draht hingegen beobachtete Wolff, daß sich p in Magnetfeldern bis ca. 8000 C.G.S. wenig ändert, während Δw etwa den normalen Verlauf zeigt. Ein ähnliches Verhalten beobachtete ich an einer aus 1 mm dickem gepreßten Draht von mir hergestellten Wismutspirale. Die beobachteten Werte mögen in der nachstehenden Tabelle folgen.

Wismutspirale, 775 mm lang, 1 mm dick; 1,3 Ω im Felde Null.

Für $N = 128$			Für $N = 256$		
Feldstärke	Δw in Proz.	p total	Feldstärke	Δw in Proz.	p total
0	−0,194	−2310	0	−0,245	−1345
2800	−0,16	−2310	10050	+1,68	− 920
4600	+0,024	−1910	12400	+2,265	± 0
7900	+0,669	−1910	13800	+3,07	+1345
10050	+1,32	± 0	18500	+5,64	+4850
13150	+2,25	+3850			
13850	+2,807	+6200			

Ein aus Kahlbaumschem Wismut in Glas hergestellter Draht, 120 mm lang, etwa in Gestalt eines **M** gebogen, von ca. 7 Ω Widerstand, verhielt sich im Magnetfelde qualitativ genau wie die gewöhnlichen Spiralen aus gepreßtem Draht von geringem Durchmesser. Die Zuleitung des Stromes geschah durch Quecksilbergefäße, die mit starken Kupferdrähten in Verbindung an einem Holzstück angebracht waren; zur Vermeidung von Eigenschwingungen im Magnetfelde war der Wismutdraht an einen stützenden Kupferdraht angekittet. Das Ganze konnte zwischen die 6 mm voneinander entfernten Polflächen des Magneten bequem eingebracht werden.

Die Widerstandszunahme im Magnetfeld für konstanten Strom war von derselben Größenordnung wie bei den gewöhnlichen Spiralen.

Die gemessenen Werte Δw und p sind in der nachfolgenden Tabelle enthalten; die graphische Darstellung (Figg. 5 und 6) zeigt große Ähnlichkeit mit der von Wolff für die Spiralen gefundenen.

BiC_5.

Feldstärke C.G.S.	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion total	pro 1 cm
		$N = 67$	
0	−0,255	− 27950	− 2329
1950	−0,20	− 19200	− 1600
2800	−0,135	− 13870	− 1156
3700	−0,05	− 2790	− 232
4550	+0,07	+ 13000	+ 1083
6550	+0,395	+ 65000	+ 5416
7300	+0,506	+ 90800	+ 7566
8550	+0,73	+140000	+11666
12650	+1,55	+362000	+30166
16800	+2,03	+570000	+47500
		$N = 256$	
0	−0,435	− 7670	− 639
1950	−0,345	− 6640	− 553
2800	−0,20	− 3850	− 320
3700	−0,02	± 0	± 0
4550	+0,266	+ 4850	+ 404
6250	+0,84	+ 17900	+ 1508
9200	+1,98	+ 48500	+ 4041
11700	+2,48	+ 77600	+ 6466
14600	+3,51	+126100	+10508
17200	+4,46	+156450	+13037
		$N = 512$	
0	−0,58	− 4850	− 404
1950	−0,50	− 3850	− 320
2800	−0,35	− 2790	− 232
3700	−0,12	?	?
4500	+0,145	+ ?	?
5450	+0,42	+ 3850	+ 320
6230	+0,91	+ 7640	+ 637
7800	+1,62	+ 10600	+ 883
12300	+3,73	+ 28500	+ 2375
16800	+5,46	+ 41600	+ 3466

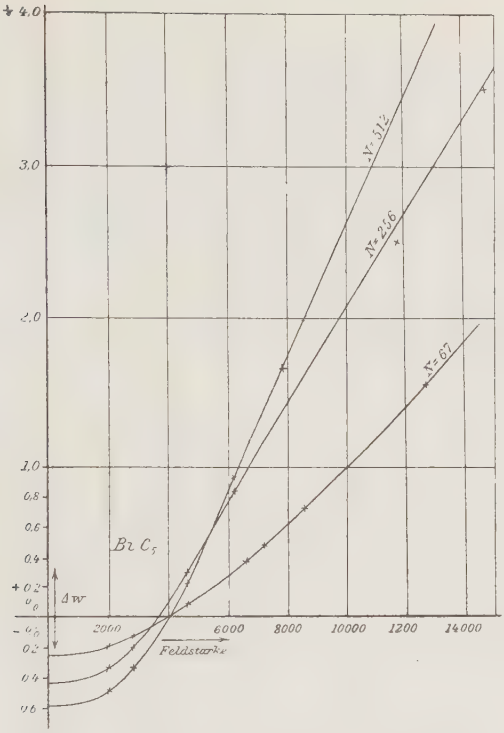


Fig. 5. Änderung von Δw im Magnetfeld.

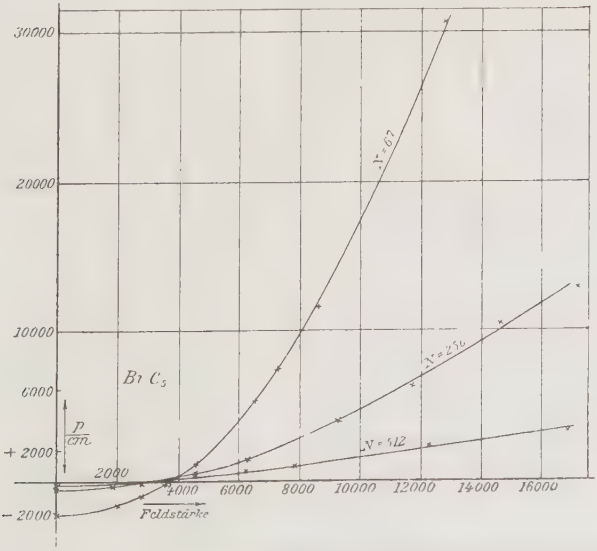


Fig. 6. Änderung der kompensierenden Selbstinduktion im Magnetfeld.

Ein vollständig abweichendes Verhalten im Magnetfeld zeigte ein Exemplar von Wismutdraht in Glas von 75 mm Länge und ca. 10,4 Ω Widerstand; es war in U-Form gebogen und mit Quecksilberzuleitungen versehen. Im Magnetfeld 10500 C.G.S. betrug die Widerstandszunahme für konstanten Strom 51,39 Proz.; eine Hartmann & Braunsche Spirale hatte im gleichen Felde eine solche von 51 Proz., also fast denselben Wert.

Es folgen zunächst die Tabellen der Δw und p für $N = 67$ und $N = 256$.

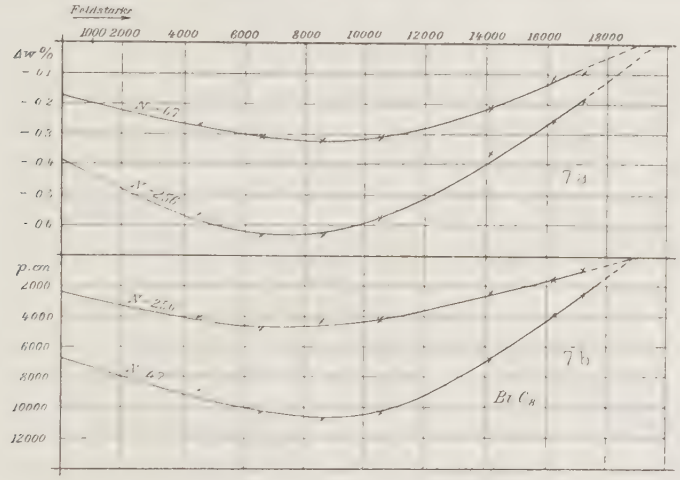
BiC_3.

	$N = 67$			$N = 256$		
Feld-stärke	Δw in Proz.	Kompens. Selbstindukt. total	pro 1 cm	Δw in Proz.	Kompens. Selbstindukt. total	pro 1 cm
0	−0,176	−51050	− 6806	−0,385	−18450	−2460
4550	−0,27	−64700	− 8626	−0,55	−29500	−3933
6550	−0,31	−76700	−10226	−0,63	−35400	−4720
8550	−0,32	−79700	−10626	−0,626	−32500	−4333
10500	−0,312	−76200	−10153	−0,565	−30900	−4120
14100	−0,207	−51050	− 6806	−0,356	−18450	−2460
16200	−0,103	−29500	− 3933	−0,25	−11600	−1546
17200	−0,095	−17900	− 2386	−0,185	− 6200	− 826

Aus diesen Tabellen geht hervor, daß Δw, im Bereich der angewandten Feldstärken beständig negativ, zunächst noch weiter zunimmt bis zu einem Maximum seines absoluten Wertes im Felde von ca. 8500 C.G.S.; parallel damit geht ein Anwachsen der kompensierenden Selbstinduktion bis zu einem Maximalwerte im gleichen Felde, von da ab nehmen Δw und p wieder ab. Für $N = 67$ sind die Maxima für Δw und p in einem etwas stärkeren Felde gelegen als für $N = 256$. Im übrigen gehören zu $N = 67$ die höheren Werte von p, zu $N = 256$ die niederen, wie bei den anderen Wismutdrähten. Aus den graphischen Darstellungen der Tabellenwerte läßt sich entnehmen, daß für beide Schwingungszahlen p etwa im Felde 18800 C.G.S. durch Null gehen würde, während Δw etwa im Felde 19000 C.G.S. von negativen zu positiven Werten übergehen würde. Vgl. die Figg. 7a und 7b.

Ein Grund für das so wesentlich verschiedene Verhalten der beiden Exemplare BiC_5 und BiC_8 ist nicht anzugeben; die Herstellung beider ist unter tunlichst gleichen Bedingungen vor sich gegangen.

Ein ähnliches Verhalten wurde noch an einer anderen Wismutprobe beobachtet. Zwei von *einem* Drahte herrührende



Figg. 7a und 7b.

Stücke von 25 und 26 mm Länge waren in einem kleinen Holzgestell angekittet und mittels Quecksilberzuleitungen durch Kupferdrähte entsprechend verbunden; sie hatten zusammen ca. 4,5 Ω Widerstand.

Es wurden folgende Werte beobachtet:

Feldstärke	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion total	pro 1 cm
	Für $N = 67$		
0	−0,278	−24100	−4725
15400	−0,20	−10600	−2078
17200	−0,07	± 0	± 0
	Für $N = 256$		
0	−0,606	−10600	−2078
14400	−0,31	± 0	± 0
16200	−0,185	+ 3850	+ 755
17200	−0,01	+ 8990	+1762

Bei diesem Exemplar erfolgt für $N = 67$ der Durchgang durch Null sowohl für Δw als p in einem stärkeren Magnetfeld als für $N = 256$.

An der Legierung $5\,Bi + 3\,Sb$ ließ sich eine ähnliche Änderung von Δw und p im Magnetfelde beobachten wie am reinen Wismut. Die Widerstandszunahme im Magnetfeld für konstanten Strom wurde nebenher mit bestimmt, sie zeigte sich etwas größer als beim reinen Antimon.

Die gemessenen kompensierenden Selbstinduktionen sind im Vergleich zu den Werten beim Wismut sehr klein und erheben nur den Anspruch auf Richtigkeit nach der Größenordnung.

Die nachstehenden Tabellen enthalten die beobachteten Werte.

1. Δw und p.

Feldstärke	Δw in Proz.	Kompensierende Selbstinduktion total	pro 1 cm
	Für $N = 64$		
0	−0,02	−6200	−248
6230	−0,01	−3850	−154
7800	±0	± 0	± 0
12300	+0,03	+3850	+154
16800	+0,05	—	—
	Für $N = 135$		
0	−0,03	−2790	−111
11500	+0,03	± 0	± 0
18200	+0,105	+4850	+194
	Für $N = 244$		
0	−0,035	−1910	− 76
16800	+0,115	+1910	+ 76
	Für $N = 512$		
0	−0,045	−1910?	−76?
7800	−0,02	?	?
12300	+0,054	?	?
16800	+0,14	+2790?	+111?

2. Widerstandszunahme im Magnetfeld.

Feldstärke C.G.S.	Widerstands-zunahme in Proz.	Feldstärke C.G.S.	Widerstands-zunahme in Proz.
700	+0,02	6550	+1,77
1000	+0,04	7700	+2,25
1600	+0,13	10050	+3,36
2050	+0,22	11600	+4,03
2400	+0,30	14300	+5,46
2900	+0,43	16500	+6,78
3400	+0,55	17600	+7,43
4400	+0,90	17800	+7,53

Die erhaltenen Werte der Widerstandszunahme ergeben eine Kurve ähnlich der für Wismut. Der Widerstand steigt anfangs langsam, in Feldern über 4000 C.G.S. stärker und ziemlich proportional der Feldstärke. Vgl. Fig. 8.

Antimon im transversalen Magnetfeld.

Es erschien wünschenswert, angesichts der nur sehr wenigen in der Literatur vorhandenen Angaben über die Widerstandszunahme des Antimons im Magnetfeld auch diese Messungen an Antimondrähten in Glas zu wiederholen.

v. Ettinghausen[1]) beobachtete zuerst an einer (wahrscheinlich gegossenen) kleinen Sb-Platte eine geringe Widerstandszunahme im Magnetfeld gelegentlich seiner Untersuchungen über den Halleffekt.

Goldhammer[2]) fand ebenfalls an einer elektrolytisch auf platiniertes Glas niedergeschlagenen Sb-Platte $\parallel$ und $\perp$ zu den Kraftlinien eine Widerstandszunahme, ohne darüber quantitative Angaben zu machen.

Ähnliches beobachtete G. Faé[3]) an einem kleinen gegossenen Zylinder von Antimon, ohne Zahlen darüber mitzuteilen.

An dem schon früher erwähnten gepreßten Sb-Stäbchen fand Lenard[4]) neben der Widerstandsvergrößerung auch einen

1) A. v. Ettinghausen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **95.** p. 714. 1887.

2) D. Goldhammer, Wied. Ann. **31.** p. 360. 1887; **36.** p. 804. 1889.

3) G. Faé, Lum. électr. **23.** p. 169. 1887; **25.** p. 630. 1887.

4) P. Lenard, Wied. Ann. **39.** p. 636. 1890.

Einfluß auf die Größe Δw; er gibt allerdings nur die Werte an für das Magnetfeld 6620 C.G.S. und außer dem Felde, für welche er

$$-1 \text{ Proz.}, \quad \text{bez.} \quad -0{,}85 \text{ Proz. fand.}$$

Auch Wachsmuth und Bamberger[1]) haben mit Hörtelephon und Kohlrauschinduktorium an einem in Glas hergestellten Antimondraht einen ähnlichen Einfluß des Magnetfeldes konstatiert. Sie fanden für das Feld 14500 C.G.S. und außer dem Felde

$$\Delta w = -1{,}5 \text{ Proz.}, \quad \text{bez.} \quad -0{,}67 \text{ Proz.}$$

Wie schon früher angedeutet, waren die unter Verwendung des optischen Telephons beobachteten Werte Δw wesentlich kleinere, auch zeigte sich ein Einfluß des Magnetfeldes nur in sehr geringem Maße. Die Änderungen von Δw und p liegen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Erst in Feldern von der Ordnung 18000 C.G.S. konnte in einigen Fällen eine Abnahme der kompensierenden Selbstinduktion beobachtet werden.

Die an vier Antimondrähten gefundenen Werte der Widerstandszunahme im Magnetfelde sind in den nachfolgenden Tabellen enthalten.

Feldstärke C.G.S.	Widerstandszunahme in Proz.	Feldstärke C.G.S.	Widerstandszunahme in Proz.
1. Draht I, ca. 16 Ω		2. Draht II, ca. 13,8 Ω	
2000	+ 0,09	1950	+ 0,08
2850	+ 0,20	2800	+ 0,19
3600	+ 0,34	3700	+ 0,35
4550	+ 0,59	4500	+ 0,53
5300	+ 0,80	6550	+ 1,09
6550	+ 1,24	8550	+ 1,79
7700	+ 1,62	10100	+ 2,43
8400	+ 1,94	11550	+ 3,05
10050	+ 2,67	13600	+ 4,10
11600	+ 3,33	16500	+ 5,74
14300	+ 4,83		
16000	+ 5,45		
17700	+ 6,62		

1) R. Wachsmuth u. K. Bamberger, Phys. Zeitschr. 1. p. 127. 1899.

Feldstärke C.G.S.	Widerstandszunahme in Proz.	Feldstärke C.G.S.	Widerstandszunahme in Proz.
3. Draht III, ca. 10,4 Ω		4. Draht IV, ca. 4,4 Ω	
1800	+ 0,07	1800	+ 0,07
2800	+ 0,19	2850	+ 0,18
4750	+ 0,52	4750	+ 0,51
5400	+ 0,68	5400	+ 0,68
6550	+ 1,08	6550	+ 1,08
9300	+ 1,83	7700	+ 1,38
10500	+ 2,31	10500	+ 2,42
12500	+ 3,36	12500	+ 3,53
13700	+ 4,05	13700	+ 4,19
17000	+ 5,52	17200	+ 5,88
17700	+ 6,02	17900	+ 6,40
		19000	+ 7,87

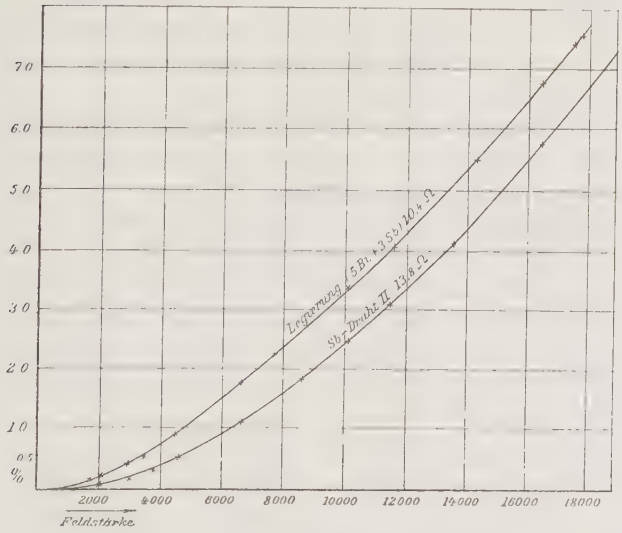


Fig. 8. Prozentuale Widerstandszunahme im Magnetfeld.

Ein Vergleich zeigt, daß die Werte für die vier Drähte untereinander nur wenig abweichen. Eine graphische Darstellung (vgl. Fig. 8) ergibt Kurven von der Form wie für Wismut: ein

anfänglich langsameres Ansteigen des Widerstandes, sodann schnelleres Wachsen ziemlich proportional der Feldstärke.

Es dürften diese Kurven nicht nur wegen ihrer Übereinstimmung unter sich, sondern auch aus Analogiegründen in Hinsicht auf das Wismut einen größeren Grad von Wahrscheinlichkeit beanspruchen als die von Bamberger gefundene, welche sich mit steigender Feldstärke einem Maximum zu nähern scheint, ähnlich wie die Magnetisierungskurve für Eisen.

Die Ergebnisse der vorstehenden Arbeit können in folgenden Punkten zusammengefaßt werden.

1. Wismutdrähte in Glas, welche unter Druck schnell erstarren, zeigen beim Hindurchleiten eines Wechselstromes die von diesem hervorgerufene sekundäre elektromotorische Kraft in besonders ausgeprägter Weise, namentlich auch außerhalb des Magnetfeldes. Die beobachteten Komponenten der sekundären elektromotorischen Kraft: Δw und kompensierende Selbstinduktion, sind im allgemeinen von einer anderen Größenordnung als am gepreßten Drahte.

2. Verunreinigungen, welche zwar den Temperaturkoeffizienten des Leitungswiderstandes bedeutend herabdrücken, selbst bis zu negativen Werten, sind im übrigen von geringem Einfluß auf die Erscheinung. Exemplare von sehr verschiedener Reinheit verhielten sich ganz ähnlich.

3. Intensität und Phase der sekundären elektromotorischen Kraft lassen sich durch einfache Formeln, deren Konstanten indes von Fall zu Fall verschieden sind, für das unmagnetische Feld als Funktionen der Schwingungszahl des Wechselstromes darstellen.

4. Die Eigentümlichkeiten des Wismuts waren, wenn auch nur in sehr geringem Grade, auch an einer Legierung von 5 Teilen Wismut und 3 Teilen Antimon wahrzunehmen, deren Widerstandszunahme im Magnetfeld um ein Weniges größer war als beim reinen Antimon.

5. In Antimondrähten erzeugt ein Wechselstrom ebenfalls eine sekundäre elektromotorische Kraft, jedoch in weit geringerem Grade als im Wismut. Der Widerstand für Wechselstrom ist stets um einen kleinen Betrag geringer als für

konstanten und nimmt mit wachsender Schwingungszahl ab; außerdem muß noch im gleichen Zweige der Wheatstone-anordnung kompensierende Selbstinduktion eingeschaltet werden, um den Brückenstrom vollständig zum Verschwinden zu bringen. Dieselbe wird kleiner mit wachsender Schwingungszahl. Man beobachtet also hier ein Analogon zum Wismut. Abweichend von Lenard und Bamberger wurde Δw sehr klein gefunden. Absichtlich verunreinigtes Antimon zeigte Δw größer als reines, während der Temperaturkoeffizient verhältnismäßig wenig abnahm.

6. Der Einfluß des Magnetfeldes auf die sekundäre elektromotorische Kraft kann sich beim schnell erstarrten Wismutdraht in wesentlich anderer Weise geltend machen als dies meistens an den Spiralen aus gepreßtem Draht beobachtet wird.

Beim Antimon war ein Einfluß des Magnetfeldes in dem Sinne, wie es Lenard und Bamberger konstatierten, nicht zu bemerken; jedenfalls war er nur unbedeutend.

Die Widerstandszunahme von Antimondraht im Magnetfeld zeigte an vier Exemplaren den gleichen Typus wie beim Wismut, während Bamberger eine der Magnetisierungskurve ähnliche Darstellung gibt.

Zum Schlusse sei es mir gestattet, Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Röntgen für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit, sowie für die fördernden Ratschläge während der Ausführung derselben auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

München, Physik. Inst. d. Univ., im Juli 1903.

Lebenslauf.

Verfasser der vorliegenden Arbeit, Ernst Schnorr von Carolsfeld, geboren 1875 zu Dresden, Sohn des k. sächs. Oberstleutnants z. D. Georg Schnorr von Carolsfeld, besuchte nach Erlangung des Reifezeugnisses des Vitzthumschen Gymnasiums daselbst von Ostern 1896 bis Herbst 1898 die Technische Hochschule zu Dresden, woselbst er die Vorprüfung für Elektroingenieure bestand. Nach einem Jahre philosophischen Studiums an der Universität München wandte sich Verfasser dem Studium der Physik, Chemie und Mathematik zu. Die vorliegende Arbeit wurde in den Jahren 1900 bis 1903 angefertigt.